

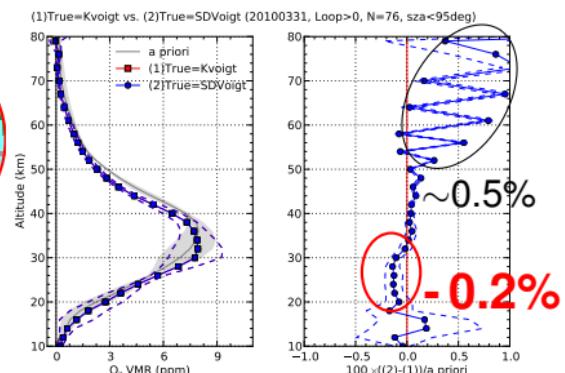
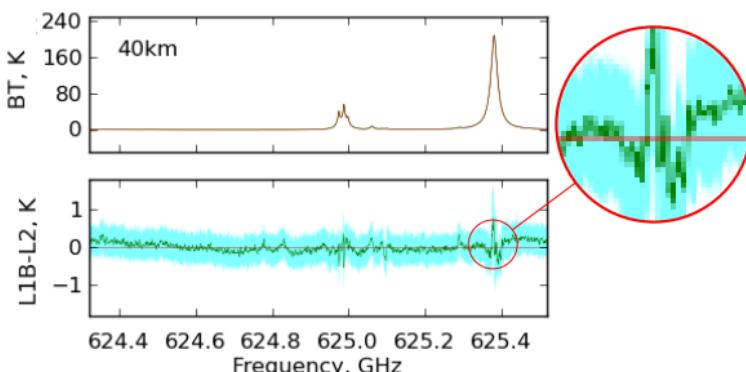
# GPUを使ったNon-voigt吸収線形計算の高速化

眞子直弘<sup>1</sup>, 鈴木睦<sup>2</sup>, 佐野琢己<sup>2</sup>, 今井弘二<sup>2</sup>,  
尾関博之<sup>3</sup>, 光田千紘<sup>4</sup>, 塩谷雅人<sup>5</sup>

<sup>1</sup>千葉大・CEReS, <sup>2</sup>ISAS/JAXA, <sup>3</sup>東邦大, <sup>4</sup>富士通FIP, <sup>5</sup>京大・RISH

2014年2月14日  
平成25年度 宇宙科学情報解析シンポジウム

# SMILESにおける吸収線形状の問題



- SMILESは高感度超伝導センサにより従来にない低ノイズを実現
- 他の衛星では問題にならないNon-voigt吸収線形の影響が見える可能性
- SMILES Band Aにある強いO<sub>3</sub>, HClのラインについてVoigt→SD-Voigtに置き換えるとリトリーバル結果が有意に異なることが分かった
- しかしながら、計算時間の問題によりSD-Voigt関数の実装ができなかった
- 今回、吸収線形計算にGPUを用いることで実装の目処が立った

# 吸収線形状モデル

- **Voigt関数** (Gauss関数とLorentz関数の置み込み)

$$f(x; \sigma, \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x'; \sigma) L(x - x'; \gamma) dx'$$

$$f(x, y) = \operatorname{Re}[w(x, y)] \quad w \cdots \text{複素誤差関数}$$

- **Galatry関数** (分子衝突によるDoppler幅の変化)

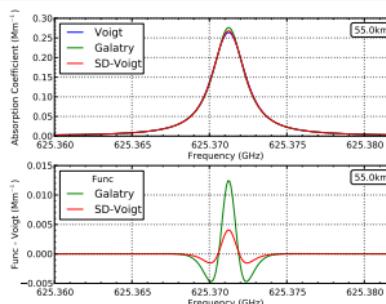
$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\frac{1}{2z} + y - ix} M \left( 1; 1 + \frac{1}{2z^2} + \frac{y - ix}{z}; \frac{1}{2z^2} \right) \right]$$

$M \cdots$  合流型超幾何関数

- **SD-Voigt関数** (吸収線幅の速度依存性)

$$f(x, y, B_w) = \frac{2}{\pi^{1.5}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v^2} v \left\{ \tan^{-1} \left[ \frac{x + v}{y B_w(v)} \right] + \frac{i}{2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{x + v}{y B_w(v)} \right)^2 \right] \right\} dv$$

$$B_w(v; \alpha, q) = (1 + \alpha)^{-(q-3)/(2q-2)} M \left( -\frac{q-3}{2q-2}, \frac{3}{2}, -\alpha v^2 \right)$$



# FFTを用いた吸収線形状の計算

- Voigt, Galatry, SD-Voigtの各関数はFourier変換を使って計算できる

$$f(x) = \mathcal{F}(\phi(t))$$

- Voigt関数

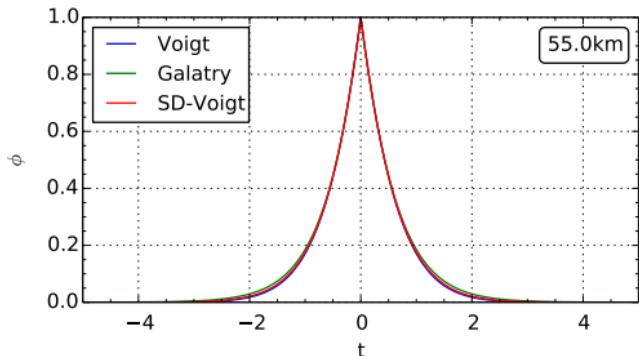
$$\phi = \exp\left(ix_0 t - \gamma|t| - \frac{\sigma^2 t^2}{2}\right)$$

- Galatry関数

$$\phi = \exp\left(ix_0 t - \gamma|t| - \frac{\sigma^2 (1 - \beta|t| - \exp(-\beta|t|))}{\beta^2}\right)$$

- SD-Voigt関数

$$\phi = \frac{\exp\left(ix_0 t - (\gamma - 1.5\gamma_2)|t| - \frac{\sigma^2 t^2}{2(1 + \gamma_2|t|)}\right)}{(1 + \gamma_2|t|)^{1.5}}$$



# GPUとは

- Graphics Processing Unitの略
- PC等の画像処理を行う半導体チップ
- 内部に演算器やメモリを持つ
- CPUに比べてコア数が多く（数百～数千），並列計算に適している
- GPGPU (General-Purpose computing on GPU)  
画像処理以外に一般計算にも使われる
  - **NVIDIA CUDA**
  - AMD ATI Stream
  - OpenCL
  - OpenMP



# GPU 性能比較

	GTX 680	GTX TITAN	Tesla K20	Tesla K20X
コア数	1536	<b>2688</b>	2496	<b>2688</b>
コアクロック (MHz)	1006	837	706	732
メモリ容量 (MB)	2048	<b>6144</b>	5120	<b>6144</b>
メモリクロック (GHz)	3	3	2.6	2.6
メモリバス幅 (bit)	256	384	320	384
メモリ帯域 (GB/s)	192.2	288	208	250
PCIe	<b>Gen3</b>	<b>Gen3</b>	Gen2	Gen2
单精度計算速度 (Tflops)	3.09	4.5	3.52	3.95
倍精度計算速度 (Tflops)	0.13	<b>1.27</b>	1.17	<b>1.32</b>
Compute Capability	3.0	3.5	3.5	3.5
Dynamic Parallelism	×	○	○	○
Hyper-Q	×	○	○	○
GPUDirect	×	×	○	○
ECC	×	×	○	○
価格 (¥10,000)	<b>5</b>	<b>10</b>	35	90

# CUDAを使ったGPUプログラミング

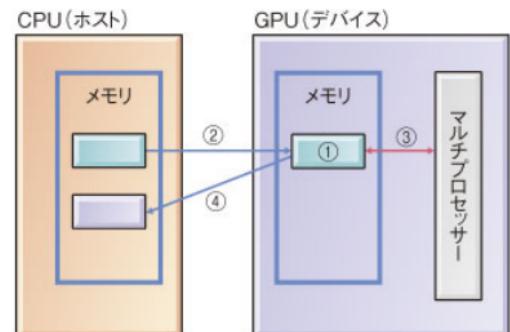
- CUDAを使うとC++を使ってGPUのプログラミングができる
- forループをスレッドに分割して並列化
- nvccを使ってコンパイル

## CPUコード

```
VectorAdd(int *a, int *b, int *c, int n)
{
    for(int i=0; i < n; i++)
        c[i] = a[i] + b[i];
}
```

## GPUコード

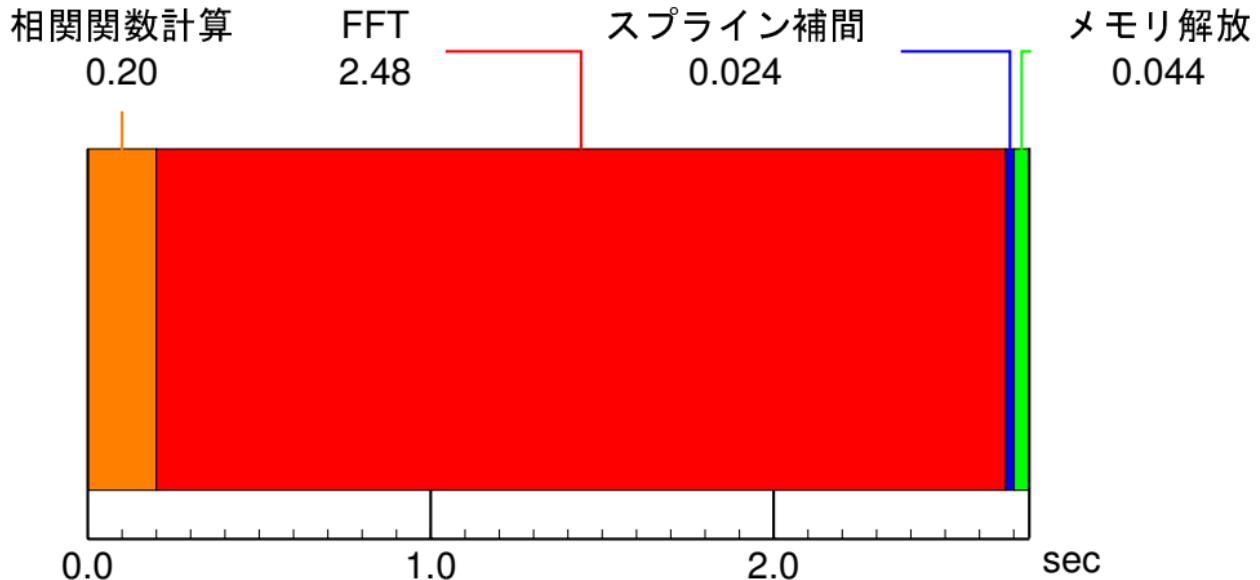
```
VectorAdd(int *a, int *b, int *c, int n)
{
    int i = threadIdx.x;
    if (i < n) c[i] = a[i] + b[i];
}
```



<http://ascii.jp/elem/000/000/503/503572/>

- ① GPU上にメモリを確保する
  - ② CPU→GPUにデータを転送する
  - ③ GPUで並列計算を行う
  - ④ GPU→CPUにデータを転送する
- 
- CPU↔GPU間の通信 (PCIe) は遅いので、データ転送は少なくする

# CPUを使ったVoigt関数の計算



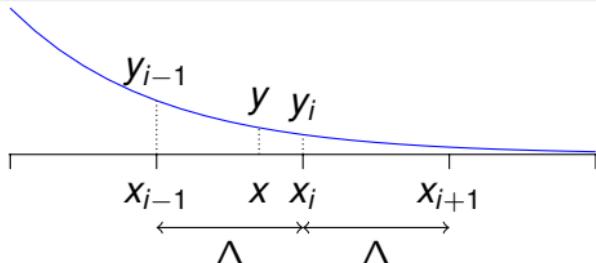
# 吸収線形計算の高速化

- FFTの計算をGPUで行う
  - CUFFTライブラリを利用
  - FFT (D2Z) の入力データは $2^{25}$ 程度の倍精度実数 (256 MB)
    - ↳ CPUで入力データを作成して転送すると時間が掛かる
    - ↳ GPU内部でFFTの入力データを作成
      - FFT (D2Z) の出力データは $2^{24}$ 程度の倍精度複素数 (256 MB)
    - ↳ GPU内部で必要なグリッドにおける値を計算
  - スプライン補間をGPUで行う
    - 必要なグリッドの値 (約10000点, 100 kB) をGPUへ転送
    - 各グリッド点について, 近隣32点を使ってスプライン補間する
    - 補間で得られた値 (約10000点, 100 kB) をCPUへ転送
  - 計算量は膨大でも, 最終的に必要なデータは少ない
    - GPUのアプリケーションとしては理想的

# CUFFTライブラリ

- NVIDIAが開発したGPU用FFTライブラリ
- 倍精度要素数の最大値 $2^{26}$   
メモリ容量 16バイト × 64M = 1024 MB  
(他にワークスペースが必要)
- FFTWを参考にして作られている
- 単精度実数, 複素数(R, C), 倍精度実数, 複素数(D, Z)  
R2C, C2R, C2C, D2Z, Z2D, Z2Z  
(R2R, D2Dには対応していない)
- 1D, 2D, 3Dに対応
- 2, 3, 5, 7の倍数に対して最適化

# 32点スプライン補間



- $x_{i-1} \geq x < x_i$  となる  $i$  を探す
- $x$ 周辺の32点を使って  $\mathbf{v}$  を求める
- **$\mathbf{A}^{-1}$  はあらかじめ計算して GPU モリに格納しておく**
- $k_i, k_{i-1}$  を求める
- $a_i, b_i, t, u, y$  を求める
- 1つの  $x$  に1スレッドを割り当てて並列計算する

$$\mathbf{v} = 3 \begin{pmatrix} y_1 - y_0 \\ y_2 - y_0 \\ y_3 - y_1 \\ \vdots \\ y_{n-2} - y_{n-4} \\ y_{n-1} - y_{n-3} \\ y_{n-1} - y_{n-2} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & & & & & \circ \\ 1 & 4 & 1 & & & & \\ & 1 & 4 & 1 & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & 1 & 4 & 1 & \circ \\ & & & & & 1 & 4 & 1 & \\ \circ & & & & & & 1 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{v} \quad (\text{微分係数})$$

$$a_i = k_{i-1} - (y_i - y_{i-1})$$

$$b_i = -k_i + (y_i - y_{i-1})$$

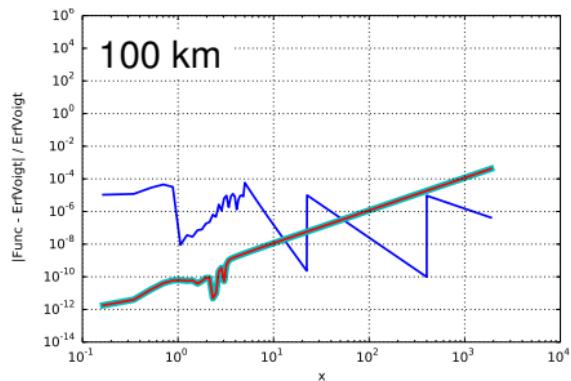
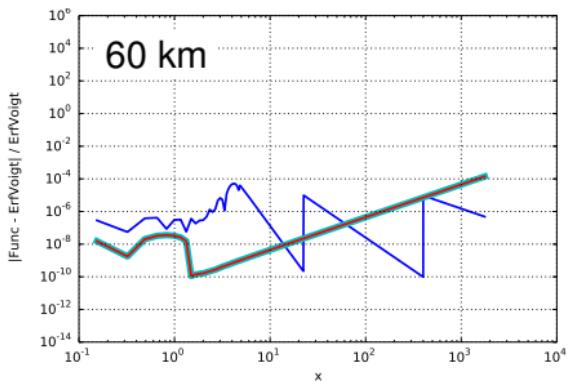
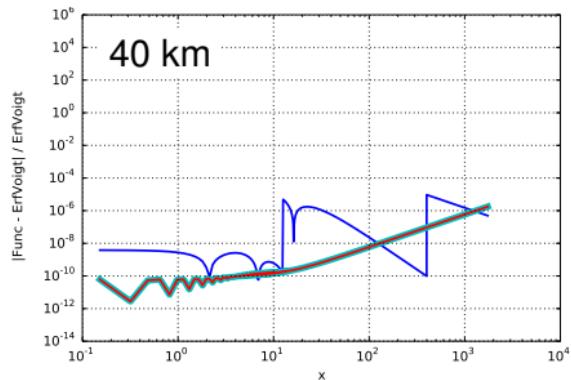
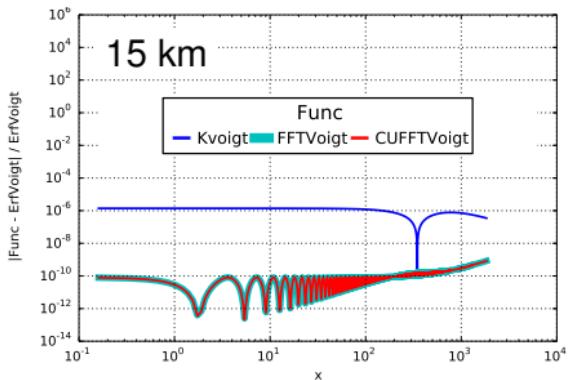
$$t = \frac{x - x_{i-1}}{\Delta}, \quad u = 1 - t$$

$$y = uy_{i-1} + ty_i + tu(a_iu + b_i t)$$

# テスト方法

- 4つのアルゴリズムでVoigt関数を計算
  - ErfVoigt (複素誤差関数を使うアルゴリズム)
  - Kvoigt (SMILESの現行アルゴリズム)
  - FFTVoigt (FFTW3を使うアルゴリズム)
  - CUFFFTVoigt (CUFFTを使うアルゴリズム)
- 周波数 : 624.32 ~ 625.52 GHz (SMILES Band A)
- サンプリング間隔 : 0.1 MHz
- FFTのサンプル数  $2^{25}$
- SMILES Band Aで一番強いO<sub>3</sub>の線形状を計算
- ErfVoigtの結果を真値として他の3つのアルゴリズムの誤差を計算

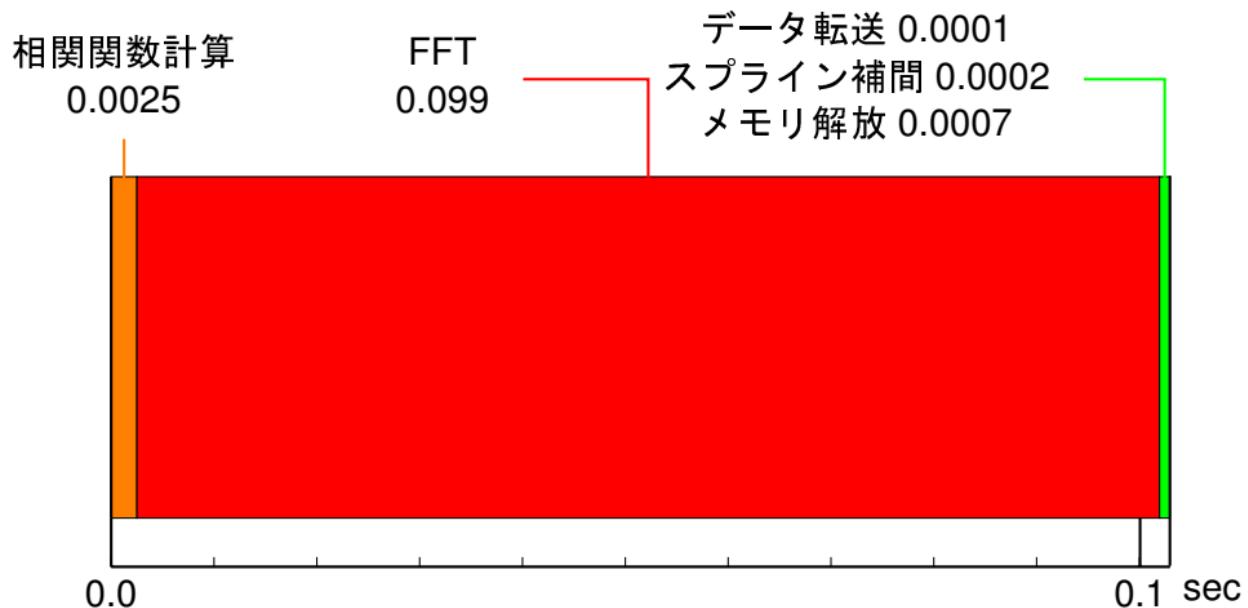
## テスト結果（計算誤差）



## テスト結果（計算時間）

アルゴリズム	計算時間
ErfVoigt	0.0029 sec
Kvoigt	0.0001 sec
FFTVoigt	2.75 sec
CUFFTVoigt	0.1 sec

# GPUを使ったVoigt関数の計算



- GPUの初期化に0.13秒必要

## まとめと今後の課題

- ✓ FFTを使ったVoigt関数の計算で、入力データの作成、FFT、出力データの補間を全てGPU内部で行うことができた
- ✓ GPUを使うことでCPUより**約30倍**高速に計算することができるようになった
- 今後、SD-Voigt関数の計算をSMILES L2処理プログラムに実装する
- FFTの要素数は処理時間と計算精度から決定する